

d'après Asie 2004

À chacune des trois affirmations suivantes, répondre par « VRAI » ou par « FAUX ». Aucune justification n'est demandée.

Le barème est le suivant : **Réponse exacte** : 1 point. **Réponse fausse** : - 0,5 point. **Absence de réponse** 0 point.

La note attribuée à l'exercice ne peut être négative.

Données	Affirmations	Réponse
f est la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$. C est la courbe représentative de f dans un repère du plan.	La tangente à C , au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = \frac{1}{4}x$.	
f est une fonction définie sur $[0; +\infty[$ telle que : $0 \leq f(x) \leq \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$,	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	
f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^x$	f est une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' - y = (2x + 3)e^x$	

CORRECTION1. **FAUX**

f est la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.

$f'(x) = \frac{-e^x}{(1+e^x)^2}$ donc $f'(0) = -\frac{1}{4}$ donc la tangente à C , au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}x$.

2. **VRAI**

f est une fonction définie sur $[0; +\infty[$ telle que :

$0 \leq f(x) \leq \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$, donc $0 \leq \frac{f(x)}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$ donc d'après le théorème des gendarmes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

3. **VRAI**

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^x$

$f'(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x + 1)e^x$

donc $f'(x) = (2x + 3)e^x + f(x)$ soit $f'(x) - f(x) = (2x + 3)e^x$

f est une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' - y = (2x + 3)e^x$