

Centre étranger Juin 99 Bac ES

Une étude statistique indique que 95% des téléviseurs fabriqués par une entreprise sont en état de fonctionnement. On fait subir à chaque appareil un test de contrôle. On constate alors que :

- quand un appareil est en état de fonctionnement, il est accepté dans 96% des cas à l'issu du test.
- quand un appareil n'est pas en état de fonctionnement, il est néanmoins accepté dans 8% des cas à l'issu du test.

On choisit au hasard un téléviseur fabriqué par l'entreprise. On définit les événements suivants :

F : "le téléviseur est en état de fonctionnement"

T : "le téléviseur est accepté à l'issu du test"

\bar{T} : "le téléviseur est refusé à l'issu du test".

On note (A / B) l'événement " A sachant B".

Ainsi, la probabilité de l'événement F, notée P(F), est : $P(F) = 0,95$ et la probabilité de l'événement $P(T / F) = 0,96$

Quelle est la probabilité que le téléviseur ne soit pas en état de fonctionnement?

Quelle est la probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issu du test sachant qu'il est en état de fonctionnement? Quelle est la probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issu du test et qu'il soit en état de fonctionnement? Quelle est la probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issu du test et qu'il ne soit pas en état de fonctionnement?

Calculez la probabilité que le téléviseur soit refusé à l'issu du test.

Un téléviseur est refusé à l'issu du test. Quelle est la probabilité qu'il soit en état de fonctionnement?

CORRECTION

Commençons par traduire en langage des probabilités les hypothèses de l'énoncé.

Quand un appareil est en état de fonctionnement, il est accepté dans 96% des cas.

Ceci signifie que la probabilité de "T sachant F" est 0,96 ou encore $p(T / F) = 0,96$.

Quand un appareil n'est pas en état de fonctionnement, il est accepté dans 8% des cas.

La probabilité de "T sachant \bar{F} " est égale à 0,08.

Ceci signifie que la probabilité de " \bar{T} sachant \bar{F} " est 0,92 ou encore $p(\bar{T} / \bar{F}) = 0,92$.

On sait aussi que $p(F) = 0,95$.

1. La probabilité qu'un téléviseur ne soit pas en état de fonctionnement est $p(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,95 = 0,05$.

2. La probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issu du test sachant qu'il est en état de fonctionnement est :

$$p(\bar{T} / F) = 1 - p(T / F) = 1 - 0,96 = 0,04$$

La probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issu du test et qu'il soit en état de fonctionnement est :

$$p(\bar{T} \cap F) = p(\bar{T} / F) \times p(F) = 0,04 \times 0,95 = 0,038$$

La probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issu du test et qu'il ne soit pas en état de fonctionnement est :

$$p(\bar{T} \cap \bar{F}) = p(\bar{T} / \bar{F}) \times p(\bar{F}) = 0,92 \times 0,05 = 0,046$$

3. D'après la Loi des Probabilités Totales : $p(\bar{T}) = p(\bar{T} \cap \bar{F}) + p(\bar{T} \cap F)$

Donc, d'après les résultats précédents : $p(\bar{T}) = 0,046 + 0,038 = 0,084$

4. La question est de trouver la probabilité de F sachant \bar{T} : $p(F / \bar{T})$. Or ,

$$p(F / \bar{T}) = \frac{p(F \cap \bar{T})}{p(\bar{T})} = \frac{0,038}{0,084} \approx 0,452$$