Des activités à faire avant de lire le cours ou après, pour vérifier si l'on a compris

ACTIVITE 3 : LE CAS GENERAL

On considère dans cette activité une fonction du second degré quelconque définie sur R par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels et a n'est pas nul.

1. *Forme canonique :*

a. Compléter : $f(x) = a(x^2 + \frac{....}{....}x + \frac{....}{....})$ ce qui a un sens car ....

b. Les deux premiers termes de l'expression entre parenthèses sont les mêmes que ceux de l'identité :

$(x + \frac{....}{....})^2 = x^2 + \frac{....}{....}x + \frac{....^2}{(....)^2}$ donc

$x^2 + \frac{....}{....}x + \frac{....}{....} \quad = \quad (x^2 + \frac{....}{....}x + \frac{....^2}{....}) - \frac{....}{....} + \frac{....}{....} \quad = \quad (x + \frac{....}{....})^2 - \frac{.....}{....} + \frac{....}{....}$

c. Finalement on a la forme canonique $f(x) = a[(x + \frac{....}{....})^2 - \frac{.................}{.....}]$

que l'on écrit généralement plus « simplement »: $f(x) = a[(x - x_0)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}]$ avec $x_0 = \frac{....}{....}$ et $\Delta =$ ....

2. *L' équation du second degré :*

a. Démontrer que si $\Delta < 0$ alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de solution.

b. Dans le cas où $\Delta = 0$, résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

c. Démontrer que si $\Delta > 0$ alors on a $f(x) = a[(x - \frac{........}{......})^2 - (\frac{.......}{......})^2]$ car ....

Factoriser cette expression puis démontrer que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet exactement deux solutions distinctes (appelée « racines de l'équation ») que l'on nommera x_1 et x_2.

3. *Signe :*

a. Démontrer que si $\Delta < 0$ alors *f* est de signe constant et que ce signe est celui de ....

b. Dans le cas où $\Delta = 0$, dresser le tableau de signe de *f*.

c. Dans le cas où $\Delta > 0$, utiliser la factorisation de $ax^2 + bx + c$ pour dresser le tableau de signe de *f*.

4. Compléter le tableau suivant qui résume les différents cas possibles :

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			