

Une urne contient 5 boules noires, 4 boules blanches et 1 boule verte. On tire simultanément 5 boules de cette urne. Combien y a-t-il de tirages possibles?

Si tous les tirages sont équiprobables, quelle est la probabilité de tirer :

- aucune boule noire?
- autant de boules vertes que de boules blanches?
- au moins une boule noire?
- exactement une boule noire et exactement une boule verte?

CORRECTION

Il y a 10 boules au total dans l'urne. On en tire 5 simultanément.

Le nombre de tirages possibles est le nombre de parties à 5 éléments dans un ensemble à 10 éléments. Ou le nombre de combinaisons de 5 éléments parmi 10.

Il y a donc C_{10}^5 tirages possibles de 5 boules dans l'urne : $C_{10}^5 = 252$.

Soit Ω l'univers des tirages possibles $\text{Card } \Omega = 252$

Si il y a équiprobabilité de tous les tirages ; pour un événement donné A de Ω ; la probabilité de A est : $p(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$

L'événement A : "aucune boule noire" correspond aux tirages 5 boules de parmi les 5 boules non noires. Il y a 1 seul tirage possible :

$$\text{Card}(A) = 1 \text{ donc ; } p(A) = \frac{1}{252}.$$

Il n'y a que deux cas de figures possibles où un tirage contient autant de boules vertes que de boules blanches :

1° cas : 0 boule verte ; 0 boule blanche et 5 boules noires : Nombre de cas = 1

2° cas : 1 verte ; 1 blanche et 3 noires : Nombre de cas = $C_4^1 \times C_1^1 \times C_5^3 = 40$

Il y a donc au total 41 cas favorables.

D'où la probabilité d'avoir autant de boules blanches que de boules vertes : $\frac{41}{252}$

L'événement contraire de "au moins une boule noire" est "aucune boule noire".

Donc $p(\text{"au moins une noire"}) = 1 - p(\text{"aucune noire"})$.

D'après la question i. ; on a donc :

$$p(\text{"au moins une noire"}) = 1 - \frac{1}{252} = \frac{251}{252}$$

L'événement "exactement 1 noire et exactement 1 verte" correspond

au choix d'une noire parmi les 5 noires ;

au choix d'une verte parmi la verte ;

au choix de 3 blanches parmi les 4 blanches.

Le nombre de cas favorables à cet événement est donc : $C_5^1 \times C_1^1 \times C_4^3 = 20$

La probabilité de cet événement est donc : $\frac{20}{252} = \frac{5}{63}$.