Médiatrices

1 Exercices

Ces deux exercices doivent être faits sans aucune référence à la médiatrice : ils s'adressent à des élèves qui ne connaissent pas encore cette notion.

1. Soit [AB] un segment de milieu I. On appelle d la droite passant par I et perpendiculaire à [AB]. Soit M un point quelconque de la droite d.
Démontrer que MA = MB.

Indication
Utiliser la symétrie d'axe (MI) et la propriété de conservation des longueurs.

2. Soit [AB] un segment et M un point du plan tel que MA = MB.
La perpendiculaire à [AB] passant par M coupe [AB] en H ; on dit que H est le projeté orthogonal de M sur (AB).
Démontrer que H est le milieu de [AB].

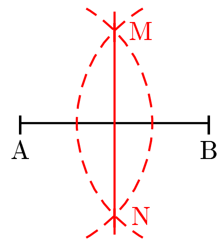
Indication
Prendre I le milieu de [AB] et montrer que les triangles MIA et MIB sont rectangles en I.
Déduire que H et I sont confondus et donc le résultat demandé.

2 Définition

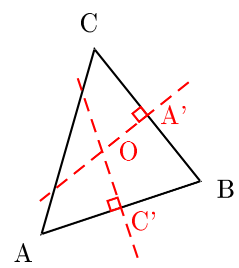
La **médiatrice** du segment [AB] est l'ensemble des points qui sont équidistants de A et de B.
C'est la droite perpendiculaire à [AB] passant par son milieu.
C'est aussi l'axe de symétrie de ce segment.

3 Construction

- On trace un cercle de centre A dont le rayon est plus grand que la moitié de AB.
- On trace un cercle de centre B dont le rayon est le même que celui tracé précédemment.
- Les deux cercles se coupent en deux points M et N.
- La droite (MN) est la médiatrice du segment [AB].



4 Médiatrices dans un triangle



Soit ABC un triangle.
La médiatrice d_1 du côté [AB] coupe [AB] en C'.
La médiatrice d_2 du côté [BC] coupe [BC] en A'.
Les deux droites d_1 et d_2 se coupent en un point O.
Démontrer que OA = OB.

Remarque
On démontre ainsi que le point O appartient à la médiatrice du troisième côté du triangle et donc que les trois médiatrices sont concourantes.
Le point O d'intersection des trois médiatrices est tel que OA = OB = OC ; il est donc le centre d'un cercle passant par les trois points A, B et C : c'est le **cercle circonscrit** au triangle ABC.