⋆Exercice 1 *Cours 4,5 points*

1. Soit ABC un triangle quelconque.
Démontrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \pi \ [2\pi]$.

2. On donne $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \dfrac{\pi}{5} \ [2\pi]$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv -\dfrac{\pi}{4} \ [2\pi]$. En déduire la mesure principale de $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$.

⋆Exercice 2 *QCM 3 points*

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher la case correspondant à cette réponse.
Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. La mesure principale d'un angle orienté de vecteurs dont une mesure est de $-\dfrac{127\pi}{6}$ est :

☐ $-\dfrac{\pi}{6}$ ☐ $-\dfrac{7\pi}{6}$ ☐ $\dfrac{5\pi}{6}$ ☐ $-\dfrac{5\pi}{6}$

2. L'ensemble solution de l'équation $\cos(x) = -\dfrac{1}{2}$ sur $]-\pi; \pi]$ est :

☐ $S = \left\{\dfrac{2\pi}{3}; \dfrac{4\pi}{3}\right\}$ ☐ $S = \left\{-\dfrac{2\pi}{3}; -\dfrac{\pi}{3}\right\}$ ☐ $S = \left\{-\dfrac{\pi}{3}; \dfrac{\pi}{3}\right\}$ ☐ $S = \left\{-\dfrac{2\pi}{3}; \dfrac{2\pi}{3}\right\}$

⋆Exercice 3 *14,5 points*

AIL est un triangle équilatéral direct. Les triangles BAL et CIL sont rectangles isocèles, respectivement en L et I, directs.

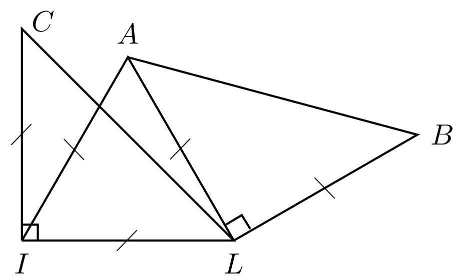
Partie A

1. Déterminer la mesure principale des angles orientés $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AL})$ et $(\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{AI})$.

2. (a) Calculer la mesure de l'angle géométrique $\widehat{IAC}$.

   (b) En déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC})$

3. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.



Partie B

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants :

1. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{LB})$.
2. $(\overrightarrow{BL}, \overrightarrow{LI})$.
3. $(\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{LB})$.

⋆Exercice 1

$\boxed{1.}$ Soit ABC un triangle quelconque.

$$\begin{aligned}
(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})+(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}) &\equiv (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{BC},-\overrightarrow{AB})+(-\overrightarrow{AC},-\overrightarrow{BC})\ [2\pi]\\
&\equiv (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+\pi+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AB})+(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC})\ [2\pi]\\
&\equiv \pi+(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AB})\ [2\pi]\\
&\equiv \pi+(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AB})\ [2\pi]\quad \text{(d'après la relation de Chasles)}\\
&\equiv \pi+0\ [2\pi]\\
&\equiv \pi\ [2\pi]
\end{aligned}$$

On a donc bien dans tout triangle ABC, $\boldsymbol{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})+(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv\pi\ [2\pi]}$.

$\boxed{2.}$ D'après la question 1, $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})+(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv\pi\ [2\pi]$ soit $\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{4}+(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv\pi\ [2\pi]$ donc $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv\pi-\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$, soit $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv\frac{21\pi}{20}\ [2\pi]$, soit $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv\frac{21\pi}{20}-2\pi\ [2\pi]$, soit $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})\equiv-\frac{19\pi}{20}\ [2\pi]$.

$-\frac{19\pi}{20}\in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure principale de** $\boldsymbol{(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})}$ **est** $\boldsymbol{-\frac{19\pi}{20}}$.

⋆Exercice 2 *QCM*

$\boxed{1.}$ La mesure principale d'un angle orienté de vecteurs dont une mesure est de $-\frac{127\pi}{6}$ est :

☐ $-\frac{\pi}{6}$ ☐ $-\frac{7\pi}{6}$ ☒ $\frac{5\pi}{6}$ ☐ $-\frac{5\pi}{6}$

$\boxed{2.}$ On sait que la fonction f est dérivable en 2, que le nombre dérivé de f en 2 vaut -3 et que, de plus, $f(2)=-4$. Alors l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 est :

☐ $y=2x-3$ ☒ $y=-3x+2$ ☐ $y=-3x-4$ ☐ $y=-3$

$\boxed{3.}$ L'ensemble solution de l'équation $\cos(x)=-\frac{1}{2}$ sur $]-\pi;\pi]$ est :

☐ $S=\left\{\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3}\right\}$ ☐ $S=\left\{-\frac{2\pi}{3};-\frac{\pi}{3}\right\}$ ☐ $S=\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right\}$ ☒ $S=\left\{-\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$

⋆Exercice 4

Partie A

$\boxed{1.}$ • Le triangle BAL est un triangle isocèle rectangle en B direct, donc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AL}) \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$;
$-\frac{\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure pricipale de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AL})$ est $-\frac{\pi}{4}$**.

• Le triangle AIL est un triangle équilatéral direct, donc $(\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{AI}) \equiv -\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$;
$-\frac{\pi}{3} \in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure principale de $(\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{AI})$ est $-\frac{\pi}{3}$**.

$\boxed{2.}$ (a) CIL est un triangle rectangle en I donc $\widehat{CIL} = \frac{\pi}{2}$ et AIL est un triangle équilatéral direct, donc $\widehat{AIL} = \frac{\pi}{3}$.
On a $\widehat{CIA} = \widehat{CIL} - \widehat{AIL}$, soit $\widehat{CIA} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$: donc $\widehat{CIA} = \frac{\pi}{6}$.
La somme des angles d'un triangle vaut π donc $\widehat{IAC} + \widehat{ICA} + \widehat{CIA} = \pi$; le triangle AIC est un triangle isocèle en I, donc $\widehat{IAC} = \widehat{ICA}$ donc $2\widehat{IAC} + \frac{\pi}{6} = \pi$ soit **$\widehat{IAC} = \frac{5\pi}{12}$**.

(b) Le triangle AIC est indirect, donc $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{5\pi}{12}\ [2\pi]$;
$-\frac{5\pi}{12} \in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure principale de $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC})$ est $-\frac{5\pi}{12}$**.

$\boxed{3.}$ D'après la relation de Chasles, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AL}) + (\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{AI}) + (\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC})\ [2\pi]$ soit
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} - \frac{5\pi}{12}\ [2\pi]$ soit $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\pi\ [2\pi]$, soit $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pi\ [2\pi]$
Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires , ce qui prouve que **les points A, B et C sont alignés**.

Partie B

$\boxed{1.}$ Calcul de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{LB})$:

$$\begin{aligned}
(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{LB}) &\equiv (-\overrightarrow{BA}, -\overrightarrow{BL})\ [2\pi] \\
&\equiv (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BL})\ [2\pi] \\
&\equiv \frac{\pi}{4}\ [2\pi] \qquad \text{(car } BAL \text{ est rectangle isocèle en } L \text{ et direct)}
\end{aligned}$$

$\frac{\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure principale de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{LB})$ est $\frac{\pi}{4}$**.

$\boxed{2.}$ Calcul de $(\overrightarrow{BL}, \overrightarrow{LI})$:

$$\begin{aligned}
(\overrightarrow{BL}, \overrightarrow{LI}) &\equiv (-\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{LI})\ [2\pi] \\
&\equiv \pi + (\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{LI})\ [2\pi] \\
&\equiv \pi + (\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{LA}) + (\overrightarrow{LA}, \overrightarrow{LI})\ [2\pi] \qquad \text{(d'après la relation de Chasles)} \\
&\equiv \pi + \left(\frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{3}\right)\ [2\pi] \\
&\equiv \frac{11\pi}{6}[2\pi] \\
&\equiv \frac{11\pi}{6} - 2\pi[2\pi] \\
&\equiv -\frac{\pi}{6}[2\pi]
\end{aligned}$$

$-\frac{\pi}{6} \in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure principale de $(\overrightarrow{BL}, \overrightarrow{LI})$ est $-\frac{\pi}{6}$**.

$\boxed{3.}$ Calcul de $(\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{LB})$:

$$\begin{aligned}
(\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{LB}) &\equiv (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IL}) + (\overrightarrow{IL}, \overrightarrow{LB})\ [2\pi] \qquad \text{(d'après la relation de Chasles)} \\
&\equiv (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IL}) + (-\overrightarrow{LI}, -\overrightarrow{BL})\ [2\pi] \\
&\equiv (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IL}) + (\overrightarrow{LI}, \overrightarrow{BL})\ [2\pi] \\
&\equiv (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IL}) - (\overrightarrow{BL}, \overrightarrow{LI})\ [2\pi] \\
&\equiv -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}[2\pi] \qquad \text{(d'après la question 2)} \\
&\equiv -\frac{\pi}{3}\ [2\pi]
\end{aligned}$$

$-\frac{\pi}{3} \in]-\pi;\pi]$ donc **la mesure principale de $(\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{LB})$ est $-\frac{\pi}{3}$**.