EXERCICE 1 **5 points**

Première partie

1. Les intérêts la première année sont de $6000 \times \dfrac{2,25}{100} = 135$ €.
   Au 1er janvier 2015, Monica dispose de : $6000 + 135 + 900 = 7035$ €.
2. On note M_n le montant en euros disponible sur le livret le premier janvier de l'année $2014 + n$. On a donc $M_0 = 6000$ et $M_1 = 7035$.
   Augmenter de $2,25\,\%$ c'est multiplier par $1 + \dfrac{2,25}{100} = 1{,}0225$.
   Donc si on possède la somme M_n au 1er janvier de l'année $2014+n$, cette somme augmentée des intérêts de l'année devient $1{,}0225\,M_n$.
   Au 1er janvier de l'année $2014 + (n+1)$, on rajoute 900 € donc le montant disponible est $M_{n+1} = 1{,}0225\,M_n + 900$.

Deuxième partie

1. Première méthode :
   On considère la suite (G_n) définie pour tout entier naturel n, par $G_n = M_n + 40000$.
   a. $G_{n+1} = M_{n+1} + 40000 = 1{,}0225\,M_n + 900 + 40000$;
   or $G_n = M_n + 40000$ donc $M_n = G_n - 40000$.
   $$\begin{aligned} G_{n+1} &= 1{,}0225(G_n - 40000) + 900 + 40000 \\ &= 1{,}0225\,G_n - 1{,}0225 \times 40000 + 40900 \\ &= 1{,}0225\,G_n - 40900 + 40900 = 1{,}0225\,G_n \end{aligned}$$
   $G_0 = M_0 + 40000 = 6000 + 40000 = 46000$
   Donc la suite (G_n) est géométrique de premier terme $G_0 = 46000$ et de raison $1{,}0255$.
   b. D'après le cours, comme la suite (G_n) est géométrique de premier terme $G_0 = 46000$ et de raison $1{,}0255$, on peut dire que $G_n = 46000 \times 1{,}0225^n$.
   Donc $M_n = 46000 \times 1{,}0225^n - 40000$.
   c. On cherche n entier tel que $M_n \geqslant 19125$.
   $$\iff n \geqslant 11,28$$
   Le plafond de 19 125 € est atteint la douzième année.
2. Deuxième méthode :
   a. On modifie la ligne 4 de l'algorithme fourni dans le texte ainsi
   « Affecter à MONTANT la valeur 5 000 »
   pour changer la valeur de départ.
   On modifie la ligne 8 ainsi
   « Affecter à MONTANT la valeur 1,0225 × MONTANT + 1 000 »
   pour changer la somme que l'on ajoute chaque année.
   b. Pour que l'algorithme affiche également à l'écran le montant disponible au premier janvier de chaque année, il faut rajouter à l'intérieur de la boucle TANT QUE, en ligne 10 :
   « Afficher MONTANT »

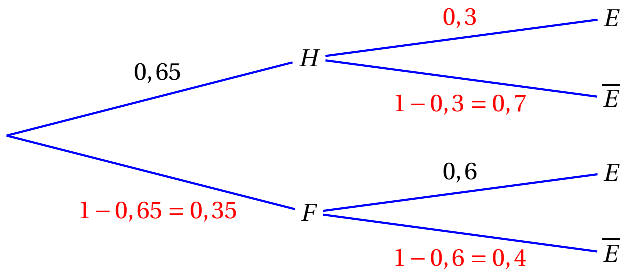
EXERCICE 2 **4 points**

1.b. 3.b 4.a

EXERCICE 3

Partie A

1. L'arbre de probabilité correspondant aux données du problème est :



2. **a.** L'événement $E \cap F$ est « la personne choisie écoute les explications du démarcheur et est une femme. ».
D'après les propriétés de l'arbre pondéré :
$P(E\cap F) = P(F\cap E) = P(F) \times P_F(E) = 0,35 \times 0,6 = 0,21$

b. La probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est $P(E)$.
D'après la formule des probabilités totales :
$P(E) = P(H\cap E) + P(F\cap E) = P(H) \times P_H(E) + P(F) \times P_F(E)$
$\quad = 0,65 \times 0,3 + 0,35 \times 0,6 = 0,195 + 0,21 = 0,405$

c. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute ; la probabilité que ce soit un homme est $P_E(H)$.
$P_E(H) = \dfrac{P(E\cap H)}{P(E)} = \dfrac{0,65 \times 0,3}{0,405} \approx 0,48$

Partie B

1. Chaque appel est une expérience de Bernoulli, avec la souscription à un forfait pour succés. La probabilité de succès est $0,12$.
Cette expérience est répétée 60 fois de manière indépendante.
X est la variable aléatoire qui compte les succès.
La variable aléatoire X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0,12$.

2. La probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions est $P(X = 5)$.
Pour une variable aléatoire X suivant la loi $\mathscr{B}(n, p)$ on sait que

Donc $P(X = 5) \approx 0,120$

3. La probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné est $P(X \geqslant 1)$.
$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0)$.

$P(X = 0) \approx 0,0005$; donc $P(X \geqslant 1) \approx 0,9995$.